



RC-0743

Second Year B. Sc. Examination

April / May – 2010

Statistics : Paper - III

Time : 3 Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના :

(૧)

નીચે દર્શાવેલ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of signs on your answer book.

Name of the Examination :
S.Y. B.Sc.

Name of the Subject :
STATISTICS - 3

Subject Code No. : 0 7 4 3 Section No. (1, 2,.....) : NIL

Seat No. :

Student's Signature

(૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

(૩) જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

(૪) સાંખ્યકીય અને લઘુગુણકીય કોષ્ટકો વિનંતી કરવાથી આપવામાં આવશે.

(૫) પ્રોગ્રામરહિત સાન્યન્ટિકીક કેલક્યુલેટરનો ઉપયોગ થઈ શકશે.

૧ નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો :

૧૪

(૧) નીચે આપેલા દ્વિચલ આવૃત્તિ વિધેય માટે $E(x)$ મેળવો.

$x \backslash y$	-1	0	1
-1	0	0.1	0.1
0	0.2	0.2	0.2
1	0	0.1	0.1

(૨) નીચે આપેલા દ્વિચલ આવૃત્તિ વિધેય માટે x અને y નાં સીમાવર્તી વિધેયો મેળવો.

$$f(x, y) = 12xy(1-y) \quad 0 \leq x, y \leq 1$$

$$= 0 \quad \text{અન્યત્ર}$$

(૩) AQL અને LTPD ની વ્યાખ્યા આપો.

(૪) એક સ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજના [1000, 100, 3] સમજાવો.

(પ) જો ઉગમબિંદુ 2001 સાથેનું વાર્ષિક વલણ સમીકરણ $y = 800 + 72x$ હોય તો 2011ના વર્ષનું વલણ અંદાજો.

(દ) જો x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 એ $N(0, 1)$ માંથી મેળવેલા યદ્યચ્છ નિરપેક્ષ ચલો

હોય તો $\sum_{i=1}^5 x_i^2$ ના વિતરણ માટે મધ્યક અને વિચરણની કિંમત મેળવો.

(ઝ) જો x એ 4 પ્રચલવાળો ગામા ચલ હોય અને y એ 5 પ્રચલવાળો ગામા ચલ હોય તો F ચલનો મધ્યક અને વિચરણ મેળવો.

૨ (અ) બે અસતત યદ્યચ્છ ચલોના સંયુક્ત સંભાવના વિધેયના સંદર્ભમાં નીચેનાં પદોની સમજૂતી આપો :

(૧) $(r, s)^{th}$ ક્રમનો અકેન્દ્રીય પ્રઘાત

(૨) $(r, s)^{th}$ ક્રમનો કેન્દ્રીય પ્રઘાત

(૩) $Cov(x, y)$

(૪) y નો x પરનો નિયતસંબંધ વક્ર.

(બ) નીચે આપેલ દ્વિચલ આવૃત્તિ વિધેય પરથી

(૧) K (૨) $V(x_1 + x_2)$ (૩) ρ_{x_1, x_2} ની કિંમત મેળવો.

(x_1, x_2)	(0, 0)	(0, 1)	(1, 0)	(1, 1)	(2, 0)	(2, 1)
$f(x_1, x_2)$	$\frac{1}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{4}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{6}{18}$	K

(ક) જો x અને y નું સંયુક્ત સંભાવના વિધેય

$$f(x, y) = C \{2x + 3y\} \quad \begin{array}{l} x = 0, 1, 2 \\ y = 1, 2, 3 \\ \text{અન્યત્ર} \\ = 0 \end{array}$$

હોય તો (૧) અચળાંક C ની કિંમત મેળવો. (૨) $V(x)$ મેળવો.

અથવા

૨ (અ) બે સતત ચલોના સંયુક્ત આવૃત્તિ વિધેયનાં ગુણધર્મો જણાવી આ બે ચલો ક્યારે નિરપેક્ષ થાય ? તથા બંને ચલોનાં સીમાવર્તી વિધેયોની વ્યાખ્યા આપો. ૫

(બ) x અને y નું સંયુક્ત સંભાવના ઘટત્વ વિધેય ૫

$$f(x, y) = 8xy \quad 0 < x, y < 1$$

$$= 0 \quad \text{અન્યત્ર}$$

હોય તો

(૧) x અને y નાં સીમાવર્તી વિધેયો

(૨) x નું શરતી સંભાવના ઘટત્વ વિધેય

(૩) x અને y નિરપેક્ષ છે કે કેમ ? તે ચકાસો.

(ક) x અને y નું સંયુક્ત સંભાવના ઘટત્વ વિધેય ૪

$$f(x, y) = x + y \quad 0 \leq x, y \leq 1$$

$$= 0 \quad \text{અન્યત્ર}$$

હોય તો $E[x + y]$ ની કિંમત મેળવો.

૩ (અ) t વિતરણ માટે β_1 અને β_2 ની કિંમત મેળવો. ૫

(બ) χ^2 વિતરણનું પ્રઘાતસર્જક વિધેય મેળવી તે પરથી મધ્યક અને વિચરણ મેળવો. ૫

(ક) જો $x \sim \chi_{10}^2$ હોય તો $P(3.9 \leq x \leq 18.3)$ મેળવો અને $V(x)$ ની કિંમત મેળવો. ૪

અથવા

૩ (અ) t આગણકની વ્યાખ્યા આપી તેનું વિતરણ મેળવો. ૫

(બ) χ^2 વિતરણ માટે બહુલક મેળવો. ૫

(ક) t વિતરણનું અનંતલક્ષી સ્વરૂપ પ્રમાણ્ય વિતરણ છે, એમ દર્શાવો. ૪

૪ (અ) સામયિક શ્રેણી એટલે શું ? સામયિક શ્રેણીના ઘટકો જણાવી કોઈ પણ બે ઘટકોની ચર્ચા કરો. ૫

(બ) નીચેની માહિતી પરથી ન્યૂનતમ વર્ગની પદ્ધતિથી સુરેખ વલણ મેળવો. ૫

વર્ષ	2001	2002	2003	2004	2005
સૂચક આંક	98	92	100	112	128

(ક) સામયિક શ્રેણીના સંદર્ભમાં મોસમી ચલિત સરેરાશની રીત વર્ણવો. ૪

અથવા

- ૪ (અ) એક સ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજના અને દ્વિસ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજનાની સરખામણી કરી તેનાં સંદર્ભમાં નીચેના પદોની સમજૂતી આપો. ૫
- (૧) ASN
- (૨) ATI
- (બ) દ્વિસ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજના [2000, 50, 1, 100, 4] સમજાવો. જ્યારે ખામી પ્રમાણ $P' = 3\%$ હોય ત્યારે ASNની કિંમત મેળવો. ૫
- (ક) સ્વીકૃતિ નિદર્શન યોજનાના સંદર્ભમાં ઉત્પાદકનું જોખમ અને ગ્રાહકનું જોખમ સમજાવો. ૪

- ૫ (અ) સંખ્યાત્મક સંકલન માટે સમલંબકનો નિયમ લખો અને સાબિત કરો. ૫

(બ) સિમ્પસનનો 1/3 નિયમનો ઉપયોગ કરી $\int_0^6 \frac{1}{1+x^2} dx$ ની કિંમત મેળવો. ($h = 1$) ૫

(ક) સિમ્પસનનો 3/8 નિયમનો ઉપયોગ કરી $\int_2^{10} \frac{dx}{1+x}$ ની કિંમત મેળવો. ($h = 1$) ૪

અથવા

- ૫ (અ) જો x_1, \dots, x_m અને y_1, \dots, y_n બે નિરપેક્ષ ચલચ્છ નિદર્શો ૫

$N(0, 1)$ માંથી લેવામાં આવ્યા હોય તો $v = \frac{n \sum_{i=1}^m x_i^2}{m \sum_{j=1}^n y_j^2}$ નું વિતરણ મેળવો.

- (બ) t અને F વિતરણ વચ્ચેનો સંબંધ મેળવો. ૫
- (ક) F વિતરણ માટે β_1 ની કિંમત મેળવો. ૪

ENGLISH VERSION

- Instructions :**
- (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1.
 - (2) All questions are compulsory.
 - (3) Figures to the right indicate the full marks of the question.
 - (4) Statistical and logarithmic tables will be supplied on request.
 - (5) Use of non-programmable scientific calculator is allowed.

1 Answer the following questions : 14

- (1) Answer $E(x)$ from the following bivariate distribution

$x \backslash y$	-1	0	1
-1	0	0.1	0.1
0	0.2	0.2	0.2
1	0	0.1	0.1

- (2) Find the Marginal p.d.f. of x and y from the following bivariate distribution.

$$f(x, y) = 12xy(1 - y) \quad 0 \leq x, y \leq 1$$
$$= 0 \quad e.w.$$

- (3) Define AQL and LTPD.
- (4) Explain single acceptance sampling plan [1000, 100, 3].
- (5) The annual trend equation with origine 2001 is $y = 800 + 72x$ then find trend value of 2011.
- (6) If x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 are independent observations from $N(0,1)$ then find mean and variance of the

distribution $\sum_{i=1}^5 x_i^2$.

- (7) If x is a gamma variate with parameter 4 and y is gamma variate with parameter 5 then find the mean and variance of F variate.

- 2 (a) Explain the following terms with respect to the bivariate distribution function of two discrete random variable. 5

- (1) $(r, s)^{th}$ order raw moment
- (2) $(r, s)^{th}$ order central moment
- (3) $Cov(x, y)$
- (4) The curve of regression of y on x .

- (b) From the following bivariate probability function find. 5

- (1) K (2) $V(x_1 + x_2)$ (3) ρ_{x_1, x_2}

(x_1, x_2)	(0, 0)	(0, 1)	(1, 0)	(1, 1)	(2, 0)	(2, 1)
$f(x_1, x_2)$	$\frac{1}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{4}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{6}{18}$	K

- (c) If the joint p.m.f. of x and y is 4

$$f(x, y) = C \{2x + 3y\} \quad \begin{matrix} x = 0, 1, 2 \\ y = 1, 2, 3 \\ e.w. \end{matrix}$$

$$= 0$$

- (i) Find constant C .
- (ii) $V(x)$

OR

- 2 (a) State the properties of two continuous random variables. When these two variables are independent? Define Marginal probability density functions of two random variables. 5

- (b) If the joint p.d.f of random variable x and y is 5

$$f(x, y) = 8xy \quad \begin{matrix} 0 < x, y < 1 \\ e.w. \end{matrix}$$

$$= 0$$

Find :

- (1) Marginal density functions of x and y
- (2) Conditional distribution of x
- (3) Check whether x and y are independent or not ?

- (c) The joint p.d.f of (x, y) is 4

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y & 0 \leq x, y \leq 1 \\ = 0 & \text{e.w.} \end{cases}$$

find the value of $E[x + y]$

- 3 (a) Obtain the value of β_1 and β_2 for t -distribution. 5
- (b) Derive the moment generating function of χ^2 -distribution and hence find its mean and variance. 5
- (c) If $x \sim \chi_{10}^2$ then find the value of $P(3.9 \leq x \leq 18.3)$ and $V(x)$. 4

OR

- 3 (a) Define t -statistic and obtain its distribution. 5
- (b) Obtain mode of χ^2 -distribution. 5
- (c) Show that the asymptotic distribution of t is normal. 4
- 4 (a) What is time series ? State various components of time series ? Discuss any two of them. 5
- (b) Obtain linear trend using least square method from the following data : 5

Year	2001	2002	2003	2004	2005
Index Number	98	92	100	112	128

- (c) Explain method of measuring seasonal moving average terms of time series. 4

OR

- 4 (a) Distinguish between single sampling plan and double sampling plan. Explain following terms with respect to acceptance. Sampling plan : 5
- (1) ASN
- (2) ATN

- (b) Explain double acceptance sampling plan 5
 [2000, 50, 1, 100, 4]. Obtain the value of ASN for it.
 When proportion defective is $P' = 3\%$.
- (c) Explain producer's risk and consumer's risk with 4
 respect to acceptance sampling plan.
- 5 (a) State and prove Trapezoidal rule for the numerical 5
 integration.
- (b) Evaluate $\int_0^6 \frac{1}{1+x^2} dx$ using Simpson's 1/3 rule 5
 ($h = 1$)
- (c) Evaluate $\int_2^{10} \frac{dx}{1+x}$ using Simpson's 3/8 rule ($h = 1$). 4

OR

- 5 (a) If x_1, x_2, \dots, x_m and y_1, y_2, \dots, y_n are two independent 5
 random samples from $N(0,1)$ then derive the
 distribution of
- $$v = \frac{n \sum_{i=1}^m x_i^2}{m \sum_{j=1}^n y_j^2}$$
- (b) Obtain the relation between t and F distribution. 5
- (c) Obtain the value of β_1 for F -distribution. 4